

Transferts de chaleur et de masse (TC 3)



Dispensé par : K. TOUATI
Année scolaire 2021/2022

Objectif

Connaître et comprendre les phénomènes de transfert de chaleur et de masse rencontrés dans le domaine du bâtiment



Introduction

Introduction



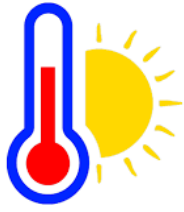
Thermodynamique:

- Traite des systèmes en état d'équilibre.
- Renseigne sur l'énergie requise pour qu'un système change d'un état d'équilibre à un autre

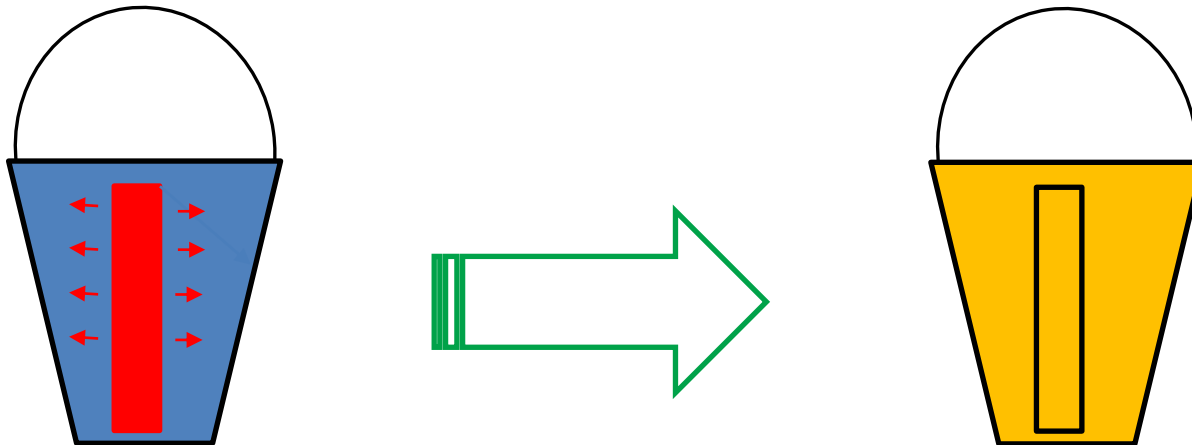
Thermique:

- Complète le 1^{er} et le 2^{ème} principe de la thermodynamique.
- Prédire le débit de transfert
- Science qui cherche à prédire les transferts d'énergie entre deux systèmes suite à une différence de température

Introduction

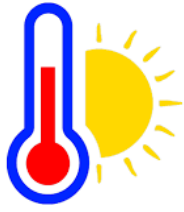


Exemple: Refroidissement d'une barre chaude dans un seau d'eau



- **Thermodynamique** prédit la température finale de l'eau et de la barre
- **Thermique** prédit les température de la barre et de l'eau en fonction du temps

Introduction



Chaleur (J):

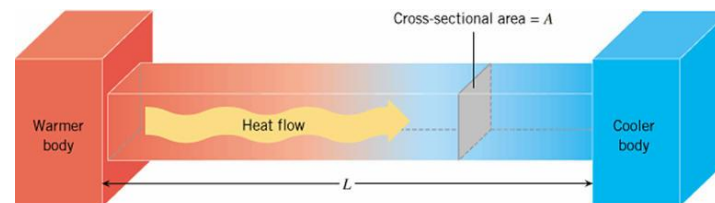
- Energie transférée en raison d'une différence de température.
- Elle se propage des régions de température plus élevée vers les régions de température plus basse.

Flux de chaleur (W):

- Quantité d'énergie transférée sous forme de chaleur (J) par unité de temps (s).

Densité de flux de chaleur (W.m^{-2}):

- Flux de chaleur (W) par unité de surface (m^2)



Introduction



Température

- Grandeur physique liée à la notion immédiate de chaud et froid
- La température est la manifestation, à l'échelle macroscopique, du mouvement des atomes et molécules.
 - si la température augmente, l'agitation moléculaire augmente
- Elle est directement liée à l'énergie cinétique moyenne des constituants microscopiques de la matière.
 - vitesse des molécules est nulle pour une température minimale (notion du zéro absolu)

Introduction



Température : échelles

- Echelle Kelvin (K): unité du S.I. $T (K) = T (°C) + 273,15$
- Echelle des degrés Fahrenheit (°F): $T (°F) = \frac{9}{5} T (°C) + 32$
- Echelle des degrés Celsius (°C): fixée par 2 références: point triple de l'eau (coexistence liquide, solide , gaz), température d'ébullition à Pression atm

Introduction



Température

Dans la RT 2012, on parle de la température opérative: Moyenne entre la **température radiante moyenne** et la **température d'air de la zone étudiée** considérée comme uniforme.

Confort thermique

Paramètres d'ambiance les plus déterminants du confort thermique:

- Température de l'air (les gradients de T verticaux et horizontaux)
- Température des parois (asymétries de rayonnement des parois froides/chaudes)
- Humidité
- Mouvements de l'air ambiant

Plan

- I. Propriétés thermiques des matériaux**
- II. Modes de transfert thermique**
 - Conduction**
 - Convection**
 - Rayonnement**
- III. Propriétés hygroscopiques des matériaux**
- IV. Transferts de masse**
- V. Transferts d'humidité**
- VI. Condensation**

Propriétés thermiques des matériaux

Propriétés thermiques

❖ Capacité thermique massique C_p ($J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$)

- Traduit l'aptitude d'un matériau à absorber une quantité de chaleur et à s'échauffer (élévation de sa température).

Substance (phase solide)	Capacité thermique massique ($J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}$)
Asphalte	1 021
Brique	840
Béton	880
Granite	790
Gypse	1 090
Marbre	880
Sable	835
Verre	720
Bois	≈ 1200-2700

COMPOSÉ	Cal/(g.°C)	kJ/(kg.K)
Air	0,24	1,01
Aluminium	0,22	0,90
Argent	0,06	0,24
Acier inoxydable	0,12	0,51
Eau (liquide)	1,00	4,18
Bois	0,42	1,76

Propriétés thermiques

❖ Capacité thermique massique C_p ($J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$)

Chauffage d'un solide

Si on considère un corps solide S de masse m kg et de capacité thermique massique C_p $J/(kg \cdot K)^{-1}$, et si on lui apporte une quantité de chaleur ΔQ J, l'accroissement de la chaleur contenue par le corps est responsable d'une élévation de température ΔT °C, donnée par la relation fondamentale:

$$\Delta Q = m C_p \Delta T$$

avec: ΔQ en Joules

m en kilogrammes

C_p en $J/(kg \cdot K)$ ou $J/(kg \cdot ^\circ C)$

ΔT en °C ou K, ce qui est équivalent puisqu'il s'agit d'une

différence.

Propriétés thermiques

❖ Diffusivité thermique α ($\text{m}^2.\text{s}^{-1}$)

- Propriété dynamique du matériau car elle intervient dans les transferts en régime transitoire.
- Caractérise l'aptitude d'un matériau à transmettre la chaleur (en terme de vitesse).

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho \cdot C_p}$$

Propriétés thermiques

❖ Effusivité thermique e ($J.K^{-1}.m^{-2}.s^{-1/2}$)

- caractérise la capacité d'un matériau à échanger de l'énergie thermique avec son environnement.

$$E = \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot Cp}$$

“L’effusivité caractérise la sensation de chaud ou de froid que donne un matériau. Si la valeur d’effusivité est élevée, le matériau absorbe rapidement beaucoup d’énergie sans se réchauffer notablement en surface (métal, pierre, faïence...). A l’inverse une valeur d’effusivité faible indique que le matériau se réchauffe rapidement en surface en absorbant peu de chaleur (isolant, bois...).”

Propriétés thermiques

❖ Effusivité thermique e ($\text{J.K}^{-1}.\text{m}^{-2}.\text{s}^{-1/2}$): illustration

On pose la main sur de l'acier et sur du bois à la même température ($20\text{ }^{\circ}\text{C}$)

- L'acier paraîtra plus froid, pourquoi?

Soit un matériau 1, d'effusivité E_1 à la température T_1 , mis en contact avec un matériau 2 d'effusivité E_2 et de température T_2

Température à l'interface

$$T = \frac{E_1 T_1 + E_2 T_2}{E_1 + E_2}$$

Propriétés thermiques

❖ Effusivité thermique e ($\text{J.K}^{-1}.\text{m}^{-2}.\text{s}^{-1/2}$): illustration

On pose la main (37 °C) sur de l'acier et sur du bois à la même température (20 °C)

- L'acier paraîtra plus froid, pourquoi?

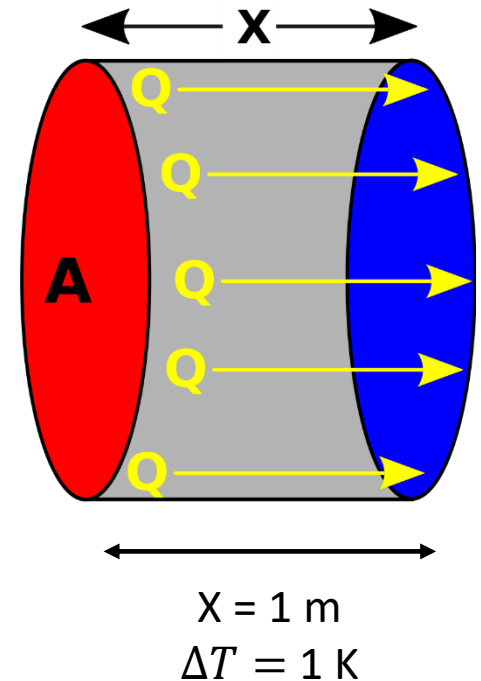
Effusivité de l'acier	Effusivité de la peau		
↓	↓		
$14\,000 \times 20,0$	$+ 1\,400 \times 37,0$	$=$	$21,5\text{ °C.}$
$\frac{\hspace{10em}}{15\,400}$			Main-acier
Effusivité du bois	Effusivité de la peau		
↓	↓		
$400 \times 20,0$	$+ 1\,400 \times 37,0$	$=$	$33,2\text{ °C}$
$\frac{\hspace{10em}}{1\,800}$			Main-bois

Température à l'interface

Propriétés thermiques

❖ Conductivité thermique λ ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$)

- Caractérise la capacité d'un matériau à transmettre la chaleur
- Permet de quantifier le pouvoir isolant d'un matériau
- Plus cette conductivité thermique est faible, plus le pouvoir isolant du matériau est élevé.



Propriétés thermiques

❖ Conductivité thermique λ ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$)

Matériau	Conductivité thermique (à $T \approx 20^\circ\text{C}$)
• Air	$\sim 0,026 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
• Isolants Laine de verre	$< 0,1 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ $\sim 0,04 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
• Plastiques	$\sim 0,1 \text{ à } 1 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
• Matériaux de construction (bétons, briques, verres, etc.)	$\sim 1 \text{ à } 10 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
• Alliages Acier inox Acier	$\sim 10 \text{ à } 200 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ $16 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ $45 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
• Aluminium • Cuivre	$\sim 237 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ $\sim 380 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Propriétés thermiques

❖ Résistance thermique R

quantifie l'opposition à un flux thermique entre deux isothermes entre lesquelles s'effectue un transfert thermique

$$R = \frac{\Delta T}{\Phi} \quad \left[\frac{\text{K}}{\text{W}} \right]$$

Plus la valeur R est élevée, plus le matériau est isolant

La résistance thermique surfacique est l'équivalent de R rapporté à la densité de flux thermique $[\text{W.m}^{-2}]$:

$$R_s = \frac{\Delta T}{\varphi} \quad \left[\frac{\text{m}^2 \text{K}}{\text{W}} \right]$$

Propriétés thermiques

❖ Résistance thermique R

Dans le cas de la conduction:

$$R = \frac{e}{\lambda S} \quad ; \quad R_s = \frac{e}{\lambda}$$

Dans le cas de la convection:

$$R_{cv} = \frac{1}{h S} \quad ; \quad R_{cv, s} = \frac{1}{h}$$

λ : conductivité thermique

h : coefficient d'échange
convectif

e : épaisseur du matériau

S : surface d'échange

ϕ : flux de chaleur

φ : densité de flux de chaleur

Propriétés thermiques

❖ Coefficient de transmission surfacique U ($\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$)

- C'est l'inverse de la résistance thermique surfacique R_s .
- Il représente la quantité de déperditions surfaciques d'une paroi.
- Plus la valeur U est faible plus le pouvoir isolant de la paroi est élevé.

Exemple :

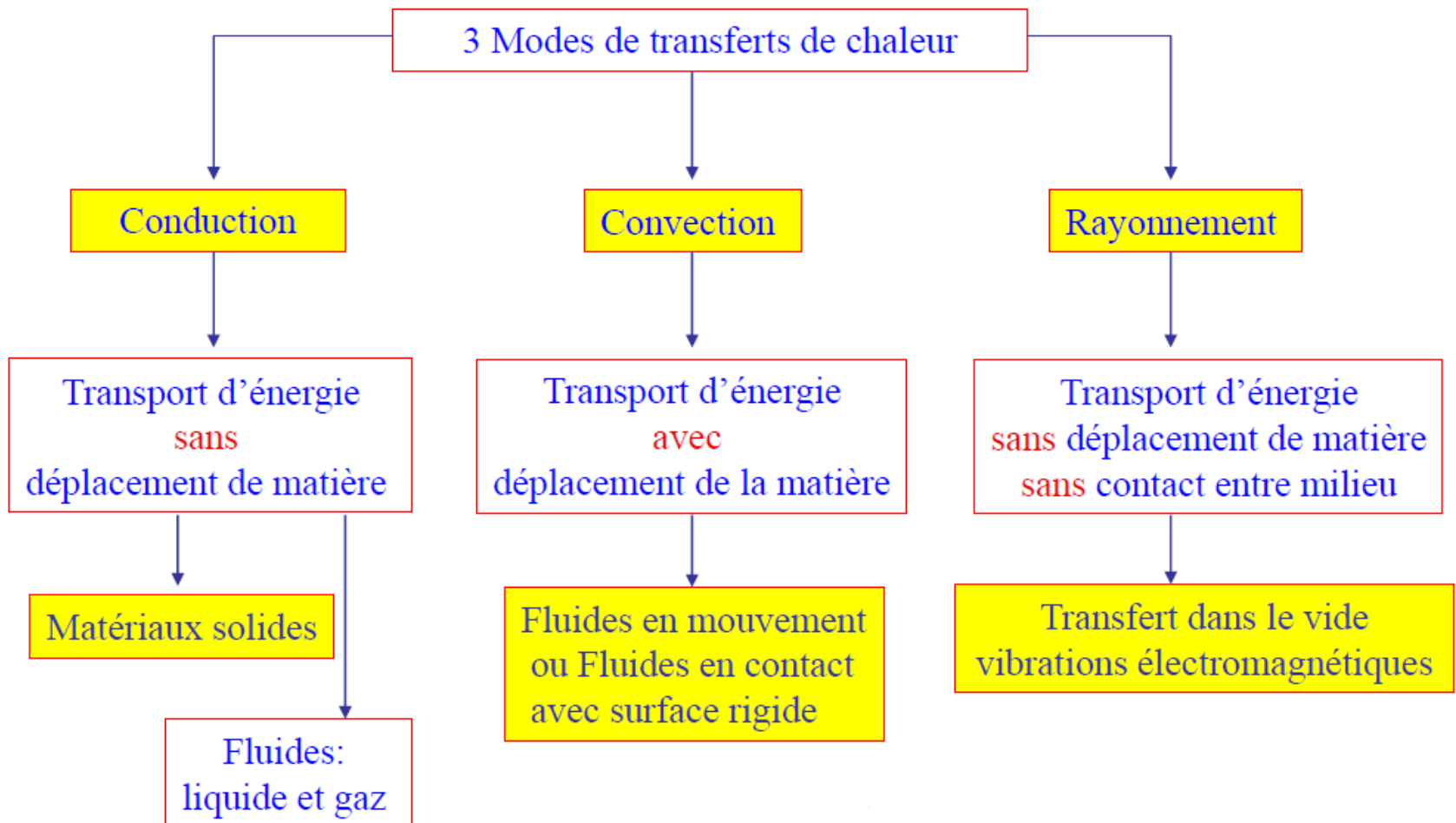
Cas d'un matériau dont la conductivité thermique $\lambda = 0.035 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et dont l'épaisseur est de 0.20 m.

- Sa résistance thermique R_s sera de $0.20 / 0.035 \approx 5.70 \text{ m}^2.\text{K}/\text{W}$
- Son coefficient de transmission surfacique $U = 1 / 5.70 \approx 0.18 \text{ W}/\text{m}^2.\text{K}$

Modes de transfert thermique

Modes de transfert thermique

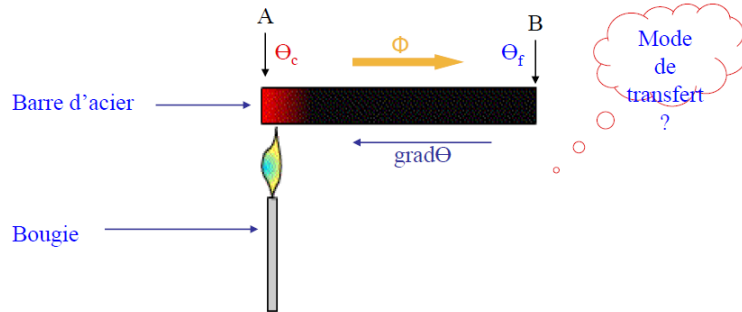
Les différents modes du transfert thermique



Modes de transfert thermique

Exemple 1

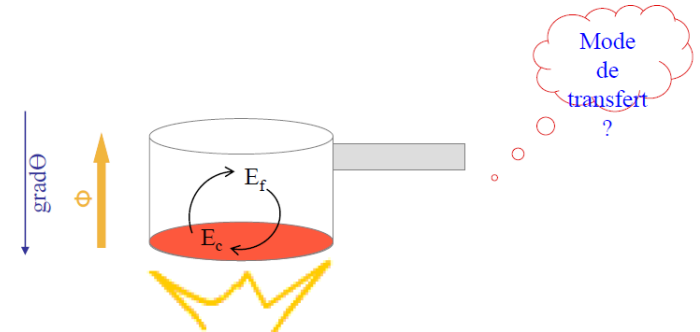
Chauffage d'une barre métallique à l'une de ses extrémités



Transfert de chaleur par conduction

Exemple 2

Mouvement de l'eau chauffée dans une casserole



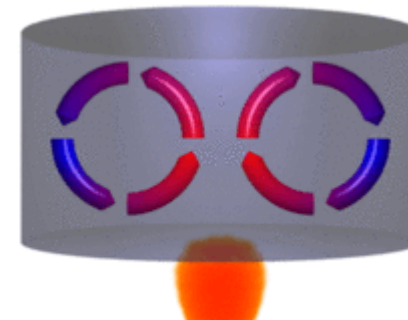
Transfert de chaleur par convection

Exemple 3

Cuisson d'un poulet à l'aide d'une micro-onde



Transfert de chaleur par rayonnement

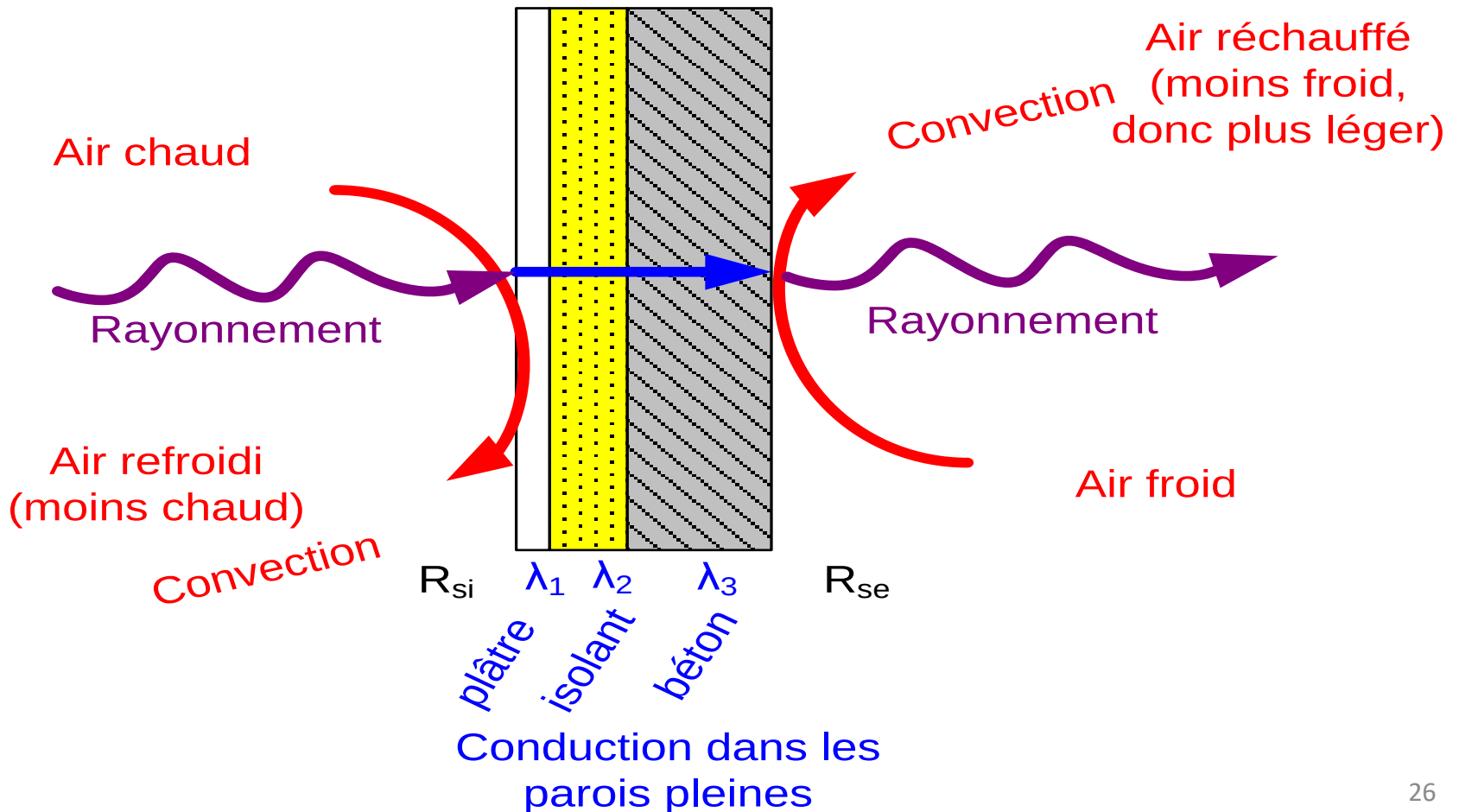


Modes de transfert thermique

Intérieur

Mur en hiver

Extérieur



Conduction

Conduction

- Transfert d'énergie qui s'appuie sur un milieu matériel sans mouvement de matière.
- Elle est due à des phénomènes physiques microscopiques (agitation des atomes ou des molécules, flux d'électrons libres...).
- Dans les solides bons conducteurs (ex. métaux), le transfert d'énergie est dominé par le déplacement d'électrons libres dans le réseau cristallin. Ainsi les bons conducteurs d'électricité sont en général également de bons conducteurs de la chaleur.

Conduction

❖ Loi de Fourier (1822)

- Densité de flux de chaleur proportionnelle au gradient de température.

$$\vec{\phi} = -\lambda \vec{\nabla} T \text{ en } W/m^2$$

- Pour un gradient de température donné, le flux de chaleur sera d'autant plus important que la conductivité sera grande.
- Le signe '-' traduit le fait que le flux de chaleur circule des zones chaudes vers les zones froides.



Jean-Baptiste Joseph Fourier
(1768-1830)

Conduction



❖ Régimes de conduction

- Champ de température indépendant du temps : **le régime est dit stationnaire (permanent).**
- Evolution du champ de température avec le temps : **le régime est dit variable ou transitoire.**

Conduction

Ecriture et résolution de l'équation de la chaleur

Conduction



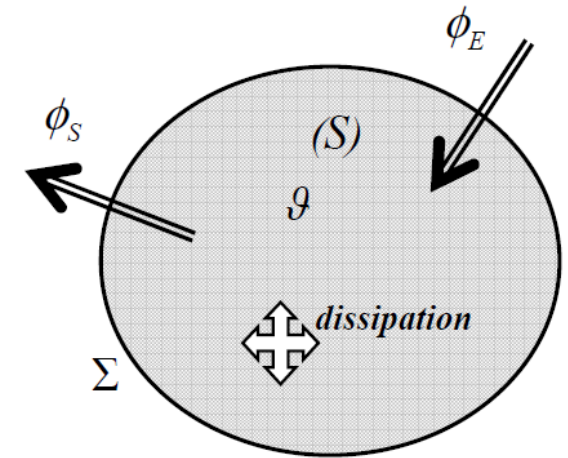
❖ Formulation d'un problème de transfert de chaleur dans un système

- Réaliser un bilan d'énergie

Accumulation = Entrée - Sortie + Production

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\delta Q_{ext}}{dt} + \frac{\delta Q_{int}}{dt} = \phi_E - \phi_S + \phi_{PR}$$

(Note: Red arrows in the original image point from the terms in the equation to the corresponding terms in the text above: Accumulation to dU/dt, Entrée to δQ_ext/dt, Sortie to δQ_int/dt, and Production to φ_PR.)



➤ Etablissement de l'équation locale de la chaleur

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\lambda \vec{\nabla} T) + P$$

Conduction

❖ Résolution de l'équation de la chaleur

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda \vec{\nabla} T) + P$$

But: déterminer l'évolution de la température dans l'espace et le temps

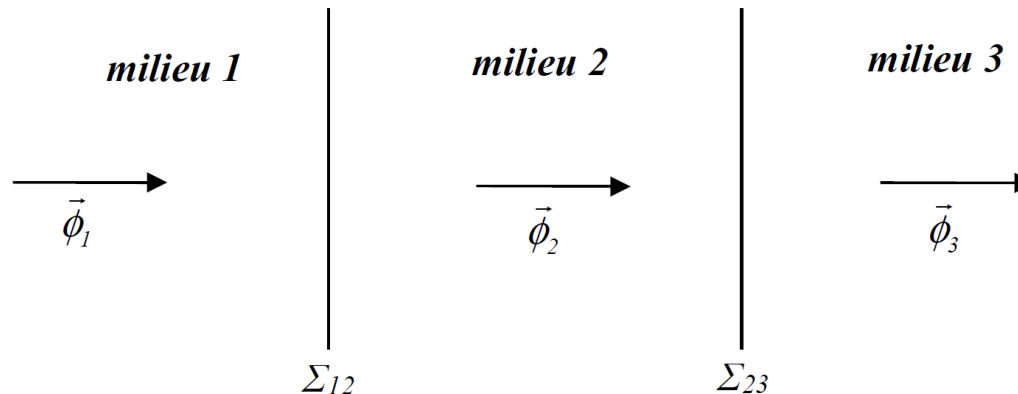
Conduction

❖ Résolution de l'équation de la chaleur

- Permet d'obtenir $T(x, y, z, t)$

Pour cela, on doit préciser:

- **Une condition initiale** $T(x, y, z, t=0)$
Elle définit l'état thermique initial du système
- **Deux conditions aux limites** imposées aux frontières



Conduction

❖ Résolution de l'équation de la chaleur

- **Deux conditions aux limites** imposées aux frontières. Elles peuvent être de type:

- Condition de Dirichlet ou de première espèce

On impose une température aux frontières ex. $T(0,y,z,t)=T_s$

- Condition de Neumann ou de deuxième espèce

On impose un flux de chaleur: $-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = \varphi_{imp}$

Si le flux est nul, la surface est adiabatique

- Condition de liaison convective (h, T_∞): condition de Newton ou de troisième espèce:

$$\text{En } x=0: -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = h(T_\infty - T)$$

Conduction

**Conduction en régime permanent sans
dissipation interne de la chaleur**

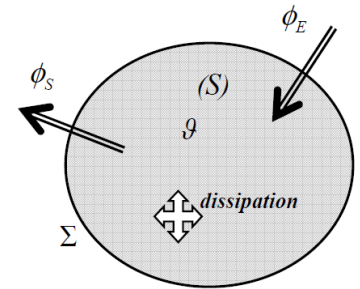
Exemple: Conduction dans un barreau

Conduction

❖ Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

$$\boxed{\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda \vec{\nabla} T) + P} \Rightarrow \boxed{\nabla^2 T = 0} \quad \text{dans } (\mathcal{V})$$

- On considère:
 - un solide (ou un fluide au repos) homogène et indéformable
 - Conductivité thermique du matériau est constante
- En régime stationnaire (permanent):
le terme d'accumulation est nul $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$
- Sans dissipation interne de chaleur: $P = 0$

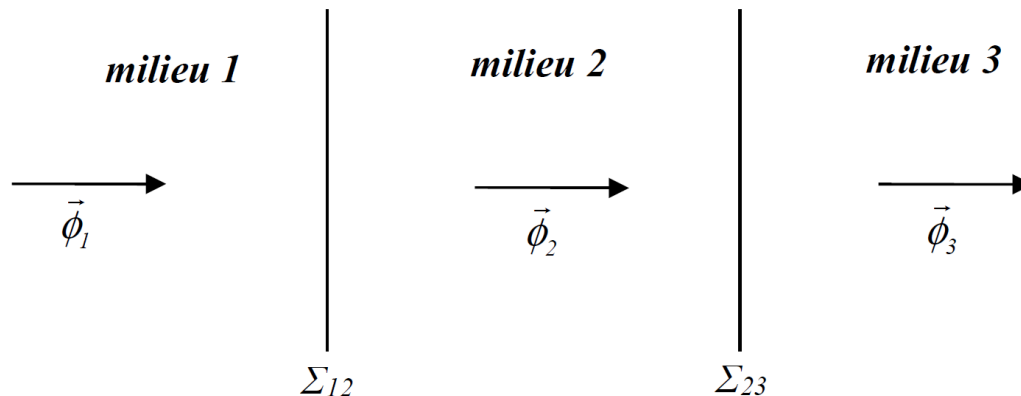


Rappel $\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$ (Laplacien) $\operatorname{div}(\vec{\operatorname{grad}}) = \operatorname{laplacien}$

Conduction

- ❖ Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur
- Le terme $\nabla^2 T$ est directement lié au flux de chaleur qui traverse la frontière du système.
- En régime permanent sans dissipation, le bilan de flux de chaleur est nul (conservation du flux de chaleur)

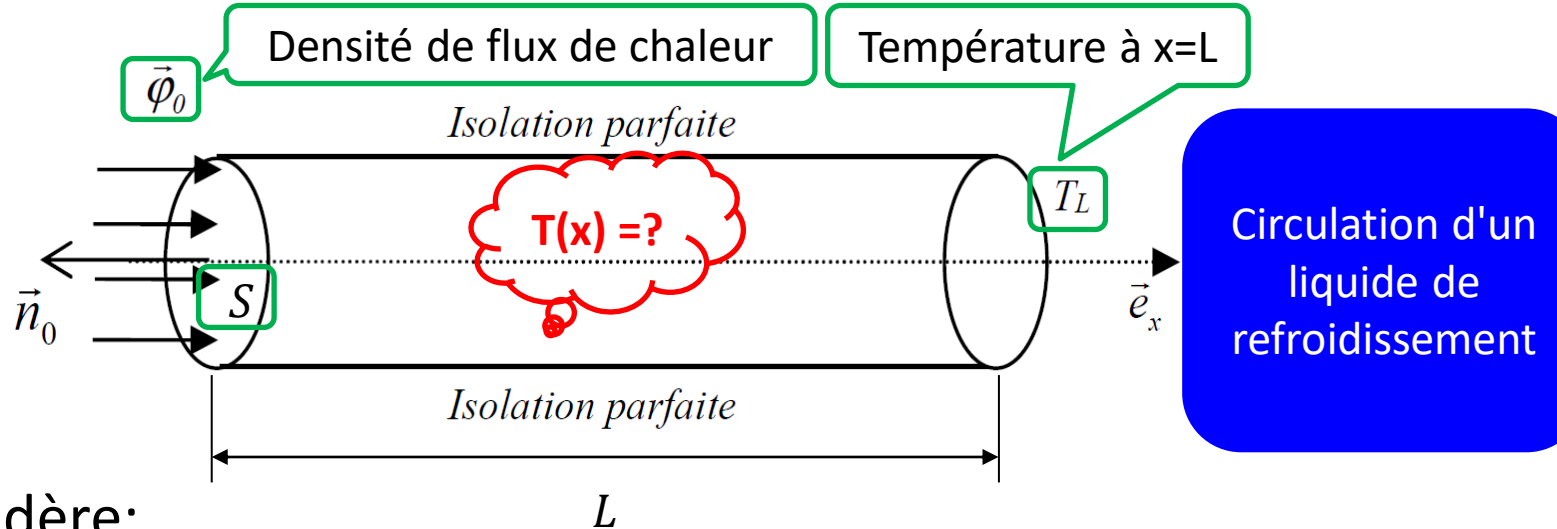
$$\phi = \phi_E - \phi_S = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{\phi}_1 = \vec{\phi}_2 = \vec{\phi}_3 = \dots$$



Conduction

❖ Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

Exemple: Conduction dans un barreau



- On considère:
 - Régime stationnaire atteint
 - Matériau homogène
 - **conductivité thermique constante et connue**
 - Surface latérale parfaitement isolée donc flux unidirectionnel $T=T(x)$

Conduction

❖ Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

Exemple: Conduction dans un barreau

conduction en
régime
permanent

$$\cancel{\rho c \frac{\partial T}{\partial t}} = \operatorname{div}(\lambda \vec{\nabla} T) + \cancel{P}$$

sans
dissipation
interne de la
chaleur

L'équation de la chaleur s'écrit : $\nabla^2 T = \frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dT}{dx} = Cste = A$

$$\Leftrightarrow T(x) = A x + B$$

❖ Détermination de **A** et **B** nécessite la connaissance de deux conditions aux limites (Neumann et Dirichlet)

Distribution de
 $T(x)$ est linéaire

Conduction

❖ Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

Exemple: Conduction dans un barreau

❖ Détermination de **A**

En $x = 0$, on impose un flux de chaleur ϕ_0 (conditions de Neumann)

$$\phi_0 = \iint_S -\vec{\varphi}_0 \cdot \vec{n} \, dS = \iint_S \vec{\varphi}_0 \cdot \vec{e}_x \, dS$$

avec $\vec{\varphi}_0 = -\lambda \vec{\nabla} T \Big|_{x=0} = -\lambda \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} \vec{e}_x$ et $\frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = A$

Loi de Fourier

Vu dans la diapositive précédente

Conduction

- ❖ Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

Exemple: Conduction dans un barreau

- ❖ Détermination de **A**

$$\phi_0 = \iint_S -\lambda \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} dS = \iint_S -\lambda A dS = -\lambda S A$$
$$\Rightarrow \boxed{A = \frac{-\phi_0}{\lambda S}}$$

Conduction

- ❖ Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

Exemple: Conduction dans un barreau

- ❖ Détermination de **B**

En $x = L$, on impose la température $T(x = L) = T_L$ (conditions de Dirichlet)

$$T(x) = A x + B \Rightarrow T(x = L) = \frac{-\phi_0}{\lambda S} L + B = T_L$$

Vu dans les diapositives
précédentes

$$\Rightarrow B = \frac{\phi_0}{\lambda S} L + T_L$$

Conduction

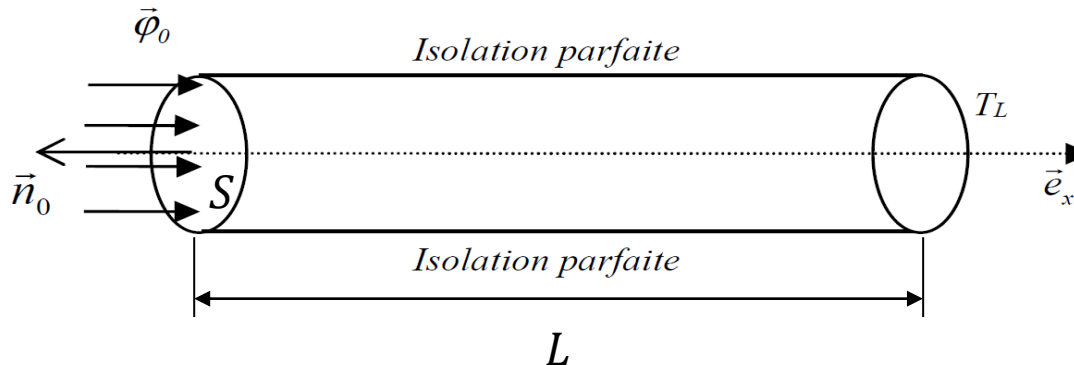
- ❖ Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

Exemple: Conduction dans un barreau

❖ Solution

$$T(x) - T_L = \frac{\phi_0}{\lambda S} (L - x)$$

Chauffage
par effet
Joule



Circulation d'un
liquide de
refroidissement

Conduction

Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

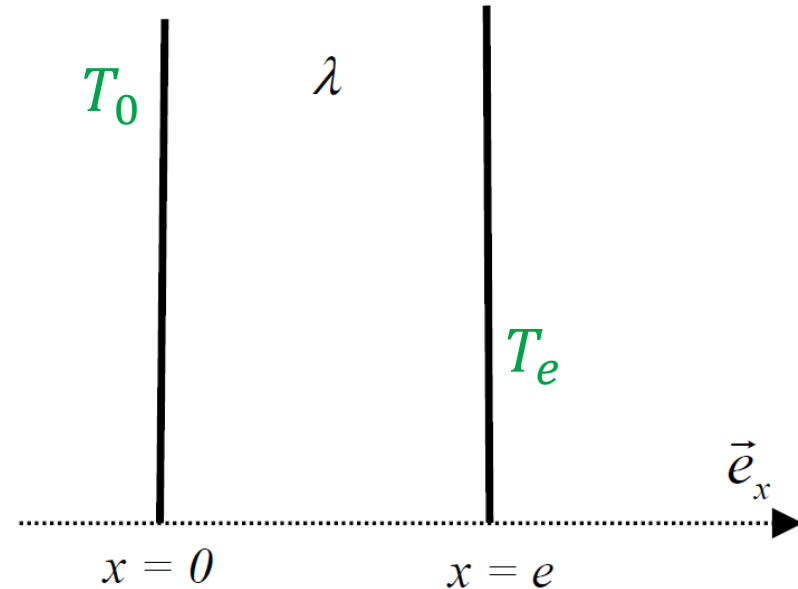
- Application 1: Cas d'un mur
 - Les deux faces du mur sont à température imposée

Conduction

❖ Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

Application 1: Cas d'un mur

- **On considère:**
 - Matériau homogène avec conductivité thermique constante et connue
 - Hauteur et profondeur du mur sont très grandes devant son épaisseur (problème unidirectionnel)
- **Les deux faces du mur sont à température imposée**
- **Distribution de la température dans le mur?**
- **Densité de flux de chaleur traversant le mur?**
- **Flux de chaleur traversant le mur?**



Conduction

- ❖ Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

Application 1: Cas d'un mur

- Distribution de la température dans le mur?

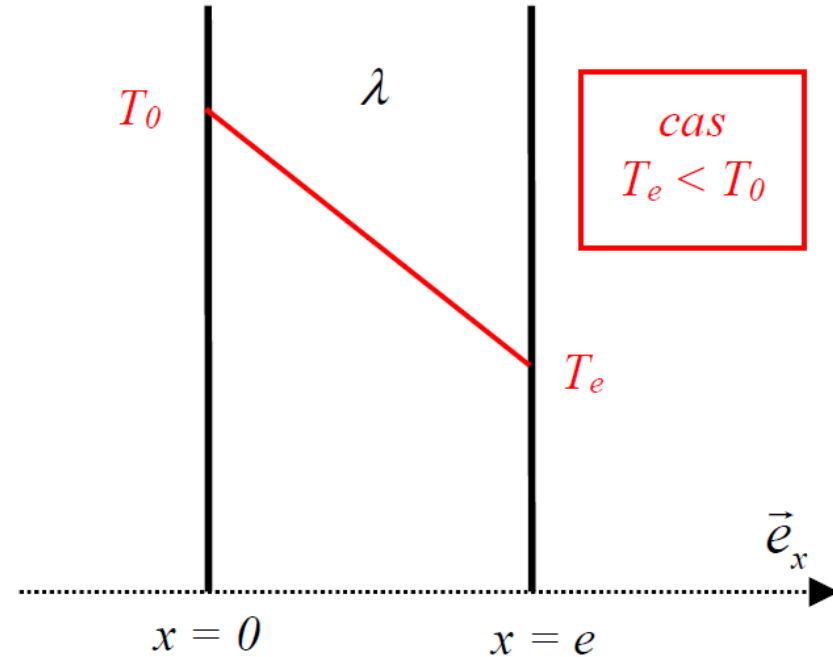
➡ Distribution linéaire

$$T(x) = \frac{T_e - T_0}{e} x + T_0$$

L'équation de la chaleur s'écrit : $\nabla^2 T = \frac{d^2 T}{dx^2} = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{dT}{dx} = Cste = A$$

$$\Leftrightarrow T(x) = A x + B$$



Conduction

- ❖ Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

Application 1: Cas d'un mur

- Densité de flux de chaleur traversant le mur (φ_x)?

Loi de Fourier

$$\vec{\varphi} = -\lambda \vec{\nabla} T = -\lambda \frac{dT}{dx} \vec{e}_x = \lambda \frac{T_0 - T_e}{e} \vec{e}_x = \varphi_x \vec{e}_x$$

$$\varphi_x = \lambda \frac{T_0 - T_e}{e} \text{ (en } W/m^2 \text{)}$$

Conduction

- ❖ Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

Application 1: Cas d'un mur

- Flux de chaleur traversant le mur (ϕ_x)?

$$\phi_x = \iint_S \varphi_x dS = \lambda S \frac{T_o - T_e}{e} \quad (\text{en } W)$$

Conduction

Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

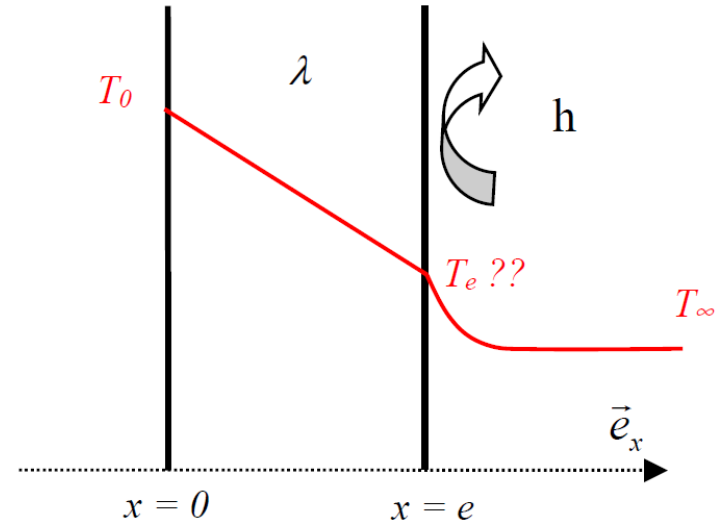
- Application 1: Cas d'un mur
 - Au moins une des faces est au contact avec un fluide en écoulement

Conduction

- ❖ Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

Application 1: Cas d'un mur

h, λ, T_0 et T_∞ sont connus



- Au moins une des faces est au contact avec un fluide en écoulement
- Température T_e à $x = e$?
- Flux de chaleur traversant le mur?

Conduction

- ❖ Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

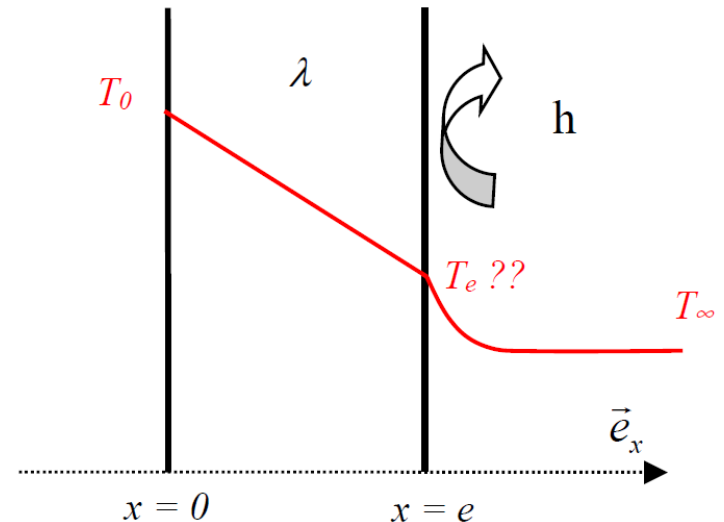
Application 1: Cas d'un mur

- Température T_e à $x = e$?

$$\phi|_{x=e^-} = \lambda S \frac{T_0 - T_e}{e}$$

$$\phi|_{x=e^+} = hS(T_e - T_\infty)$$

La continuité du flux de chaleur à l'interface solide-fluide ($x = e$) impose



$$\phi|_{x=e^-} = \phi|_{x=e^+} = \phi$$

$$\lambda S \frac{T_0 - T_e}{e} = hS(T_e - T_\infty) = \phi$$

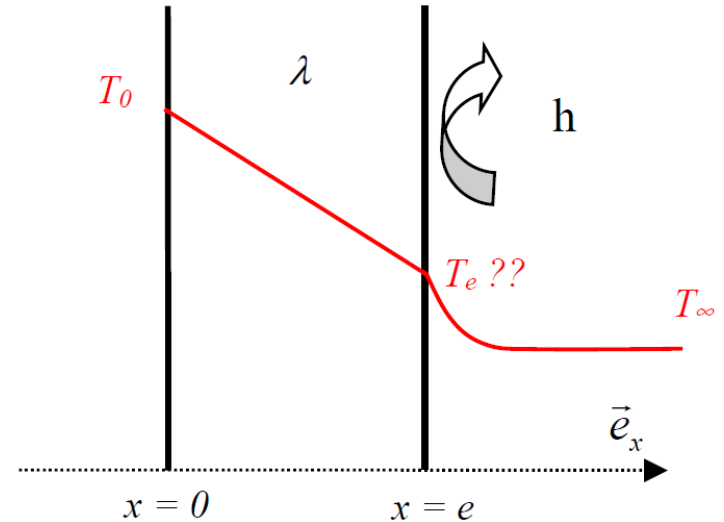
Conduction

- ❖ Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

Application 1: Cas d'un mur

- Température T_e à $x = e$?

$$\left(h + \frac{\lambda}{e}\right) T_e = \frac{\lambda}{e} T_0 + h T_\infty$$



Température du mur à $x = e$, exprimée à partir des données du problème.

Conduction

- ❖ Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

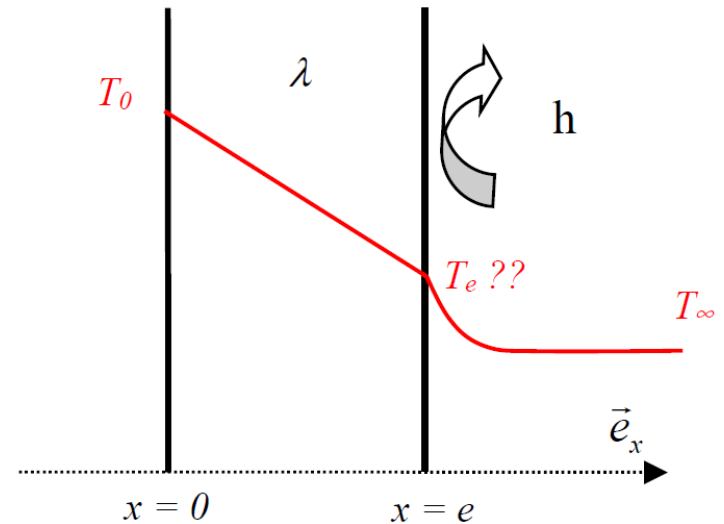
Application 1: Cas d'un mur

- Flux de chaleur traversant le mur?

$$\lambda S \frac{T_0 - T_e}{e} = hS(T_e - T_\infty) = \phi$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_0 - T_e = \frac{e}{\lambda S} \phi \\ T_e - T_\infty = \frac{1}{h S} \phi \end{array} \right.$$

En additionnant ces deux relations, nous obtiendrons:



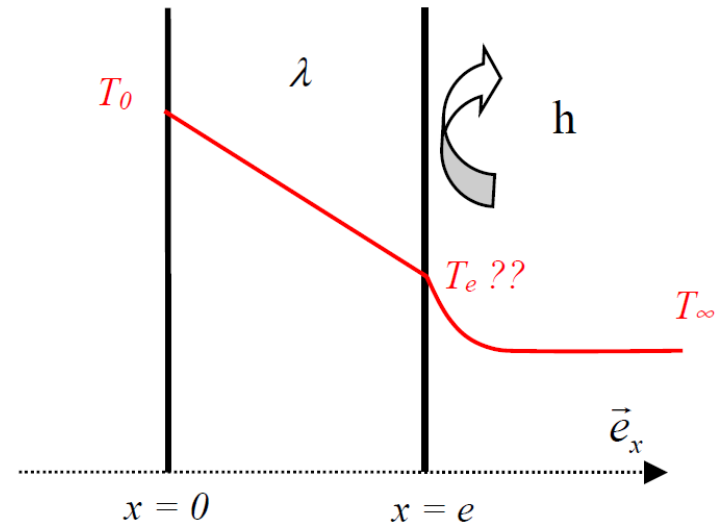
Conduction

- ❖ Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

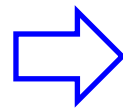
Application 1: Cas d'un mur

- Flux de chaleur traversant le mur?

$$T_0 - T_\infty = \left(\frac{e}{\lambda} + \frac{l}{h} \right) \phi = \left(\frac{e}{\lambda} + \frac{l}{h} \right) \frac{\phi}{S}$$



$$\phi = \frac{T_0 - T_\infty}{\left(\frac{e}{\lambda S} + \frac{l}{hS} \right)}$$



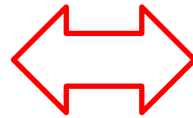
Flux de chaleur traversant le mur
Exprimé à partir des données du problème.

Conduction

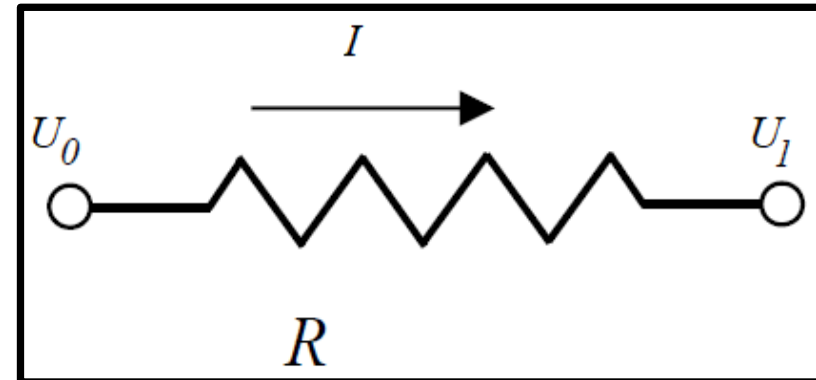
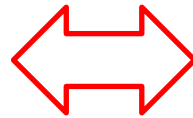
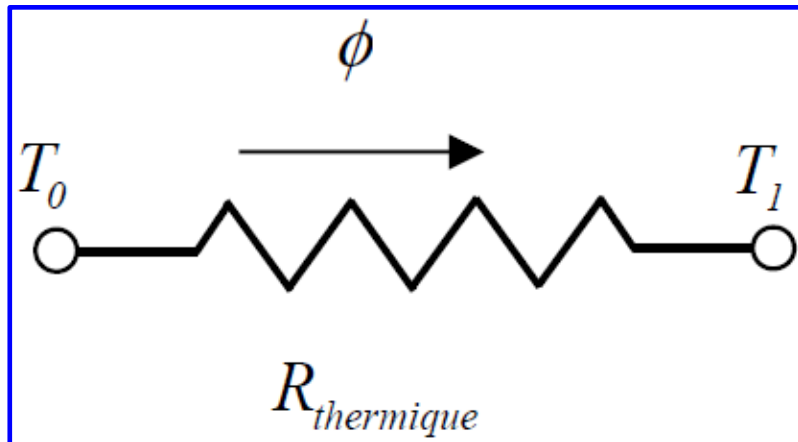
- ❖ Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

Résistance thermique – Analogie électrique

$$\phi = \frac{\Delta T}{R_{thermique}}$$



$$I = \frac{U}{R}$$



Conduction

- ❖ Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

Résistance thermique – Analogie électrique

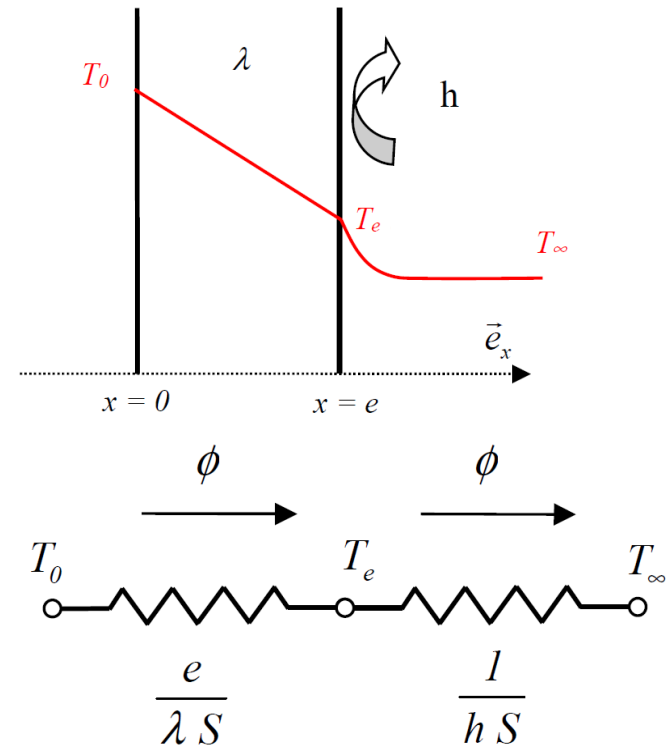
Application : Cas d'un mur soumis à un flux de convection sur une de ses faces

Résistance de
conduction

$$R_{thermique} = \frac{e}{\lambda S} + \frac{l}{hS}$$

Résistance de
convection

$$\phi = \frac{T_0 - T_\infty}{\left(\frac{e}{\lambda S} + \frac{l}{hS} \right)}$$



Conduction

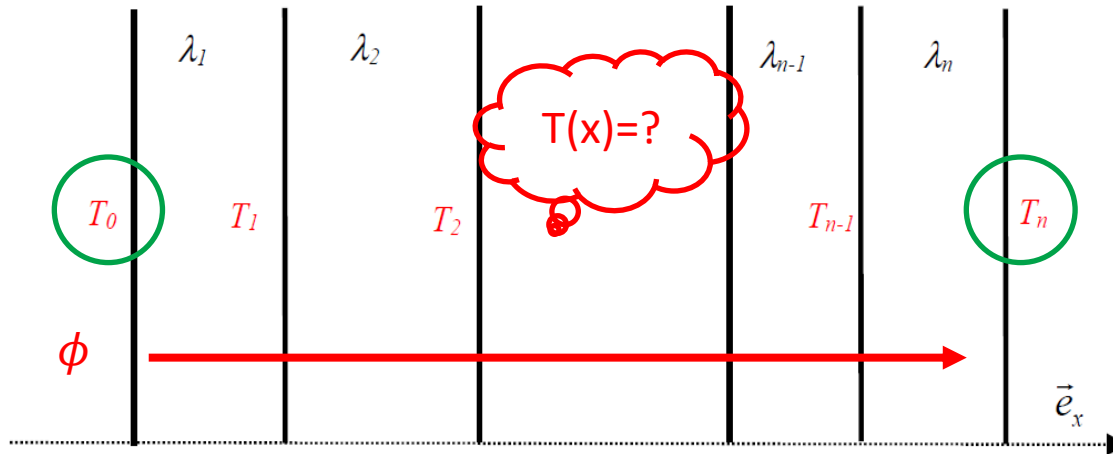
Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

- Application 2: Succession de murs

Conduction

❖ Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

Application 2: Succession de murs



- Succession de n murs de matériaux différents (λ_i, e_i) avec $i = 1$ à n
- Tous les murs ont la même surface (S)
- Flux de chaleur?
- Distribution de la température dans le système?

Conduction

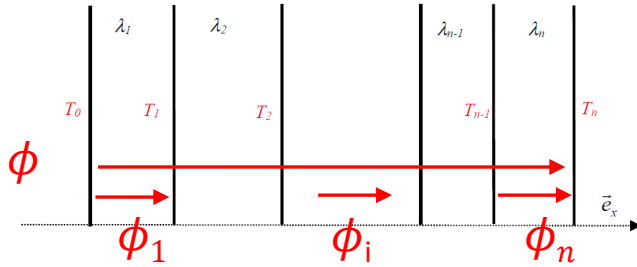
❖ Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

Application 2: Succession de murs

Flux de chaleur qui traverse le système :

$$\phi = \phi_1 = \dots = \phi_i = \dots = \phi_n$$

(conservation du flux car régime permanent)



$$\vec{\phi}_i = -\lambda_i S \left. \frac{dT}{dx} \right|_i \vec{e}_x = -\lambda_i S \frac{T_i - T_{i-1}}{e_i} \vec{e}_x = \underbrace{\frac{\lambda_i S}{e_i} (T_{i-1} - T_i)}_{T_{i-1} - T_i = \phi_i \frac{e_i}{\lambda_i S}} \vec{e}_x = \phi_i \vec{e}_x = \phi \vec{e}_x$$

$$(T_0 - T_1) + (T_1 - T_2) + \dots + (T_{n-1} - T_n) = \phi \left(\frac{e_1}{\lambda_1 S} + \frac{e_2}{\lambda_2 S} + \dots + \frac{e_n}{\lambda_n S} \right)$$



$$T_0 - T_n = \phi \left(\frac{e_1}{\lambda_1 S} + \frac{e_2}{\lambda_2 S} + \dots + \frac{e_n}{\lambda_n S} \right) = \phi \sum_{i=1}^n \frac{e_i}{\lambda_i S}$$

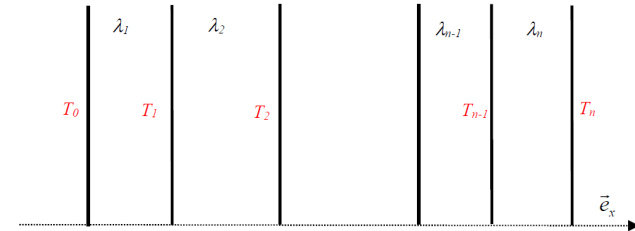
Conduction

❖ Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

Application 2: Succession de murs

- Flux de chaleur

$$\phi = \frac{T_0 - T_n}{\sum_{i=1}^n \frac{e_i}{\lambda_i S_i}} \quad (\text{en } W)$$



- Distribution de $T(x)$ est linéaire dans chaque mur

$$T^{(i)}(x) - T_{i-1} = -\frac{\phi}{\lambda_i S} x$$

Conduction

Conduction en régime permanent sans dissipation interne de la chaleur

- Exercice d'application: isolation d'un mur

Conduction

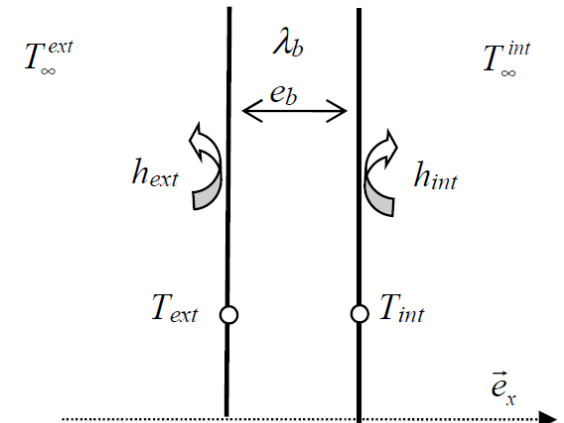
❖ Exercice d'application: isolation d'un mur

On considère un mur en béton, de conductivité thermique λ_b et d'épaisseur e_b , en contact sur une de ses faces avec un milieu à la température T_{∞}^{int} (intérieur d'une pièce d'habitation par exemple), l'autre face étant en contact avec un milieu à la température T_{∞}^{ext} (l'extérieur).

Les échanges de chaleur entre le mur et son milieu environnant se produisent par convection, dus au vent à l'extérieur et aux mouvements de l'air dans la pièce. On définit les coefficients d'échange convectifs :

h_{int} caractérisant les échanges avec la pièce

h_{ext} caractérisant les échanges avec l'extérieur



Calcul du flux de chaleur qui traverse le mur

Calcul de la température du mur à l'intérieur de la pièce

$$T_{\infty}^{int} = 20^{\circ}\text{C} ; T_{\infty}^{ext} = -5^{\circ}\text{C} ; h_{int} = 5 \text{ W/m}^2/\text{K} ; h_{ext} = 10 \text{ W/m}^2/\text{K} ; \lambda_b = 2 \text{ W/m/K} ; e_b = 10 \text{ cm}$$

Conduction

❖ Exercice d'application: isolation d'un mur

Calcul du flux de chaleur qui traverse le mur

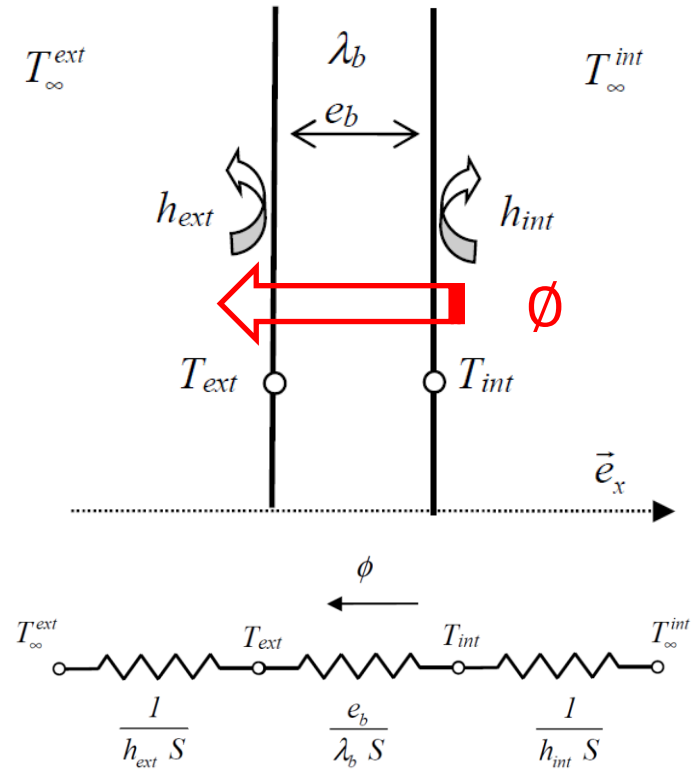
Flux de l'intérieur vers l'extérieur car la pièce est plus chaude que l'extérieur

$$\phi = \frac{\Delta T}{R} = \frac{T_{\infty}^{int} - T_{\infty}^{ext}}{R}$$

$$R = \frac{l}{h_{int} S} + \frac{e_b}{\lambda_b S} + \frac{l}{h_{ext} S}$$

A.N: $R = 0.35 \frac{K}{W}$; $\phi = 71.42 W$

$$T_{\infty}^{int} = 20^{\circ}C ; T_{\infty}^{ext} = -5^{\circ}C ; h_{int} = 5 W/m^2/K ; h_{ext} = 10 W/m^2/K ; \lambda_b = 2 W/m/K ; e_b = 10 cm$$



Conduction

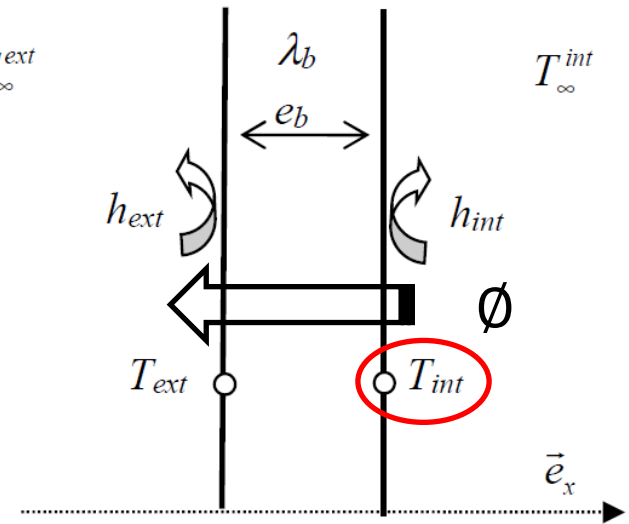
❖ Exercice d'application: isolation d'un mur

Calcul de la température du mur à l'intérieur de la pièce

$$\phi = h_{int} S (T_{\infty}^{int} - T_{int}) \Rightarrow T_{\infty}^{int} - T_{int} = \frac{\phi}{h_{int} S} \quad T_{\infty}^{ext}$$

A.N: $T_{int} = 6^{\circ}\text{C} !!!$

Dans ce cas, même si l'air dans la pièce est à 20°C , la température ressentie par une personne se trouvant dans la pièce sera beaucoup plus basse, dû aux échanges de chaleur par rayonnement entre le corps et les murs



$$T_{\infty}^{int} = 20^{\circ}\text{C} ; T_{\infty}^{ext} = -5^{\circ}\text{C} ; h_{int} = 5 \text{ W/m}^2/\text{K} ; h_{ext} = 10 \text{ W/m}^2/\text{K} ; \lambda_b = 2 \text{ W/m/K} ; e_b = 10 \text{ cm}$$

Conduction

❖ Exercice d'application: isolation d'un mur

On rajoute une couche d'isolant (laine de verre)

$$\phi^* = \frac{\Delta T}{R^*} = \frac{T_{\infty}^{int} - T_{\infty}^{ext}}{R^*}$$

Flux de chaleur qui traverse le mur

$$R^* = R + \frac{e_{iso}}{\lambda_{iso} S}$$

A.N: $R^* = 2.85 \frac{K}{W}$; $\phi^* = 8.77 W$

Température du mur à l'intérieur de la pièce

$$\phi^* = h_{int} S (T_{\infty}^{int} - T_{int}^*) \Rightarrow T_{\infty}^{int} - T_{int}^* = \frac{\phi^*}{h_{int} S}$$

A.N: $T_{int}^* = 18.25 ^\circ C$

$$\lambda_{iso} = 0.04 W/m/K \quad e_{iso} = 10 cm$$

$$T_{\infty}^{int} = 20^\circ C ; T_{\infty}^{ext} = -5^\circ C ; h_{int} = 5 W/m^2/K ; h_{ext} = 10 W/m^2/K ; \lambda_b = 2 W/m/K ; e_b = 10 cm$$

Convection

Convection

- Mode de transfert de chaleur qui met en jeu, en plus de la conduction, le mouvement macroscopique de la matière.
- Se produit au sein des milieux fluides en écoulement ou entre une paroi solide et un fluide en mouvement.

On distingue deux types de convection:

- *Convection naturelle*: les mouvements sont dus aux variations de masse volumique dans un fluide. Ces variations peuvent être générées par des gradients de température et/ou par des gradients de composition.
- *Convection forcée*: le mouvement du fluide est provoqué par des actions mécaniques extérieures (pompe, ventilateur, etc.).
- Lorsque les deux types de convection coexistent dans un système, on parle de *convection mixte* .

Convection

❖ Ecoulement des fluides

- Deux types de configurations caractérisant les écoulements

Écoulements externes: typiquement les écoulements autour d'obstacles (aéronautique, échangeurs...).

Écoulements internes: concernent les écoulements dans les tuyaux ou dans les locaux (thermique du bâtiment).

- Deux régimes d'écoulement

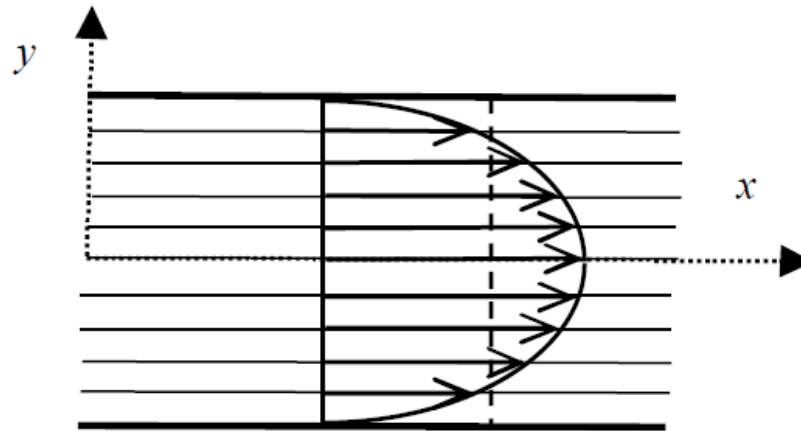
L'importance du flux de chaleur échangé par convection va dépendre du régime d'écoulement :

- Régime laminaire
- Régime turbulent

Convection

❖ Régimes d'écoulement

- **Régime laminaire:** est un écoulement caractérisé par des lignes de courant bien identifiables parallèles aux parois



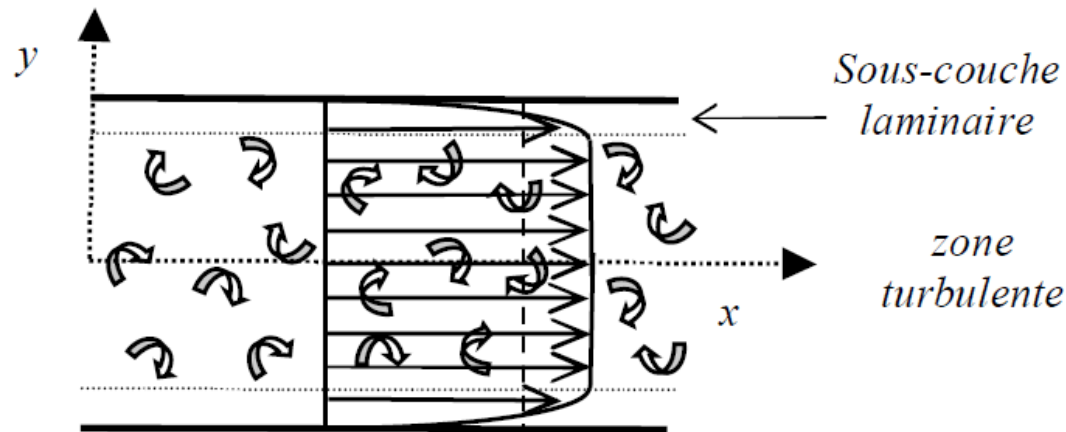
régime laminaire – écoulement interne

Le transfert de chaleur se produit : par conduction (diffusion) dans la direction y , par conduction (généralement négligeable) et convection dans la direction x .

Convection

❖ Régimes d'écoulement

- **Régime turbulent:** est caractérisé par des structures tourbillonnaires qui favorisent le brassage du fluide et donc les échanges de chaleur.



régime turbulent – écoulement interne

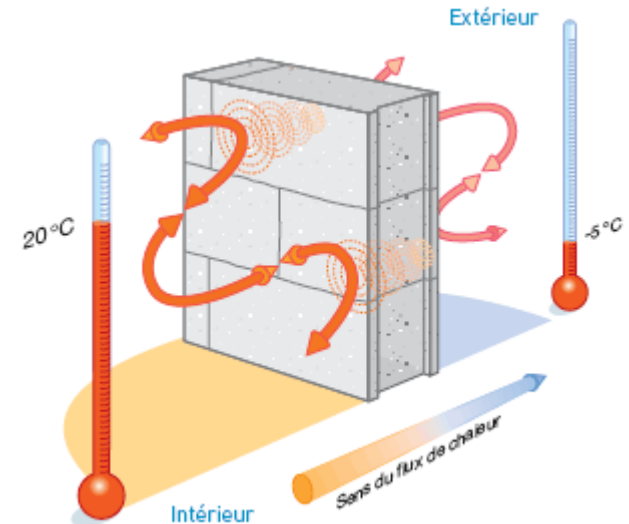
Le transfert de chaleur se produit : par convection dans toutes les directions dans la zone turbulente sauf dans la sous-couche laminaire près des parois.

Convection

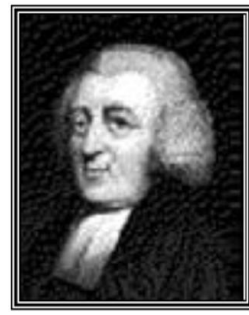
❖ Parois des bâtiments

- ✗ Echanges de chaleur par convection se produisent principalement
 - + entre la face extérieure et **l'air extérieur**
 - + entre la face intérieure de la paroi et **l'air ambiant**

- ✗ Les mouvements de l'air sont dus à la différence de **masse volumique** de l'air lorsqu'il se refroidit ou se réchauffe au contact de la paroi ou liés à l'effet des pressions (vent).



Convection

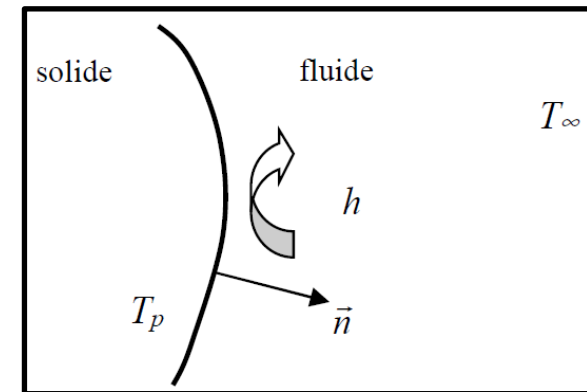


Newton (1643-1727)

❖ Loi de Newton (1701)

$$\Phi = h S (T_p - T_\infty) \quad \text{en } W$$

- Densité de flux de chaleur échangé par une paroi solide et un fluide en écoulement est proportionnelle à l'écart de température qui lui a donné naissance.



$$\boxed{\vec{\phi} = h(T_p - T_\infty) \vec{n}} \quad \text{en } W/m^2$$

h ($W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$) : coefficient d'échange convectif

Convection

❖ coefficient d'échange convectif h ($\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$)

- convection naturelle : gaz $h \sim 10$, liquide $h \sim 10^2$.

Application : thermique de l'habitat, courants océaniques, etc.

- convection forcée : gaz $h \sim 100$, liquide $h \sim 10^3$ à 10^5 .

Application : systèmes énergétiques, échangeurs, refroidissement des circuits électroniques

Convection

❖ coefficient d'échange convectif h ($\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$)

- dépend de nombreux paramètres (fluide, type d'écoulement, état de surface, etc.)
- coefficient est difficile à calculer précisément

$$h = \frac{Nu \cdot \lambda}{L_{ref}}$$

Nu : nombre de Nusselt

λ : conductivité thermique

L_{ref} : longueur caractéristique du système étudié

- Corrélations pour déterminer Nu puis calculer h

Convection

❖ Paramètres caractéristiques de la convection

○ Nombre de Nusselt Nu

- Nombre adimensionnel
- Caractérise le type transfert thermique entre un fluide et une paroi
- **Nu** élevé signifie que les échanges de chaleur par convection prédominent face aux échanges par conduction
- **Nu** est exprimé à partir de lois empiriques

Convection

❖ Paramètres caractéristiques de la convection

○ Nombre de Nusselt Nu

• Convection forcée interne dans une conduite

Ecoulement dans une conduite en régime établi

Corrélations valables si

Régime laminaire

$$\mathbf{Re} < 2100 ; 0.48 < \mathbf{Pr} < 16700$$

$$\overline{Nu} = 1.86 \left(\frac{Re \cdot Pr \cdot D}{L} \right)^{0.33} \left(\frac{\mu}{\mu_p} \right)$$

$$\text{Si } 0.0044 < \frac{\mu}{\mu_p} < 9.75$$

μ_p : viscosité dynamique calculée à T_p

Régime turbulent

$$\mathbf{Re} > 10^4 ; 0.7 < \mathbf{Pr} < 160$$

Corrélation de Colburn

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.33}$$

Corrélation de Dittus-Boelter

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^n$$

$n = 0.4$ si paroi chauffée

$n = 0.3$ si paroi refroidie

Convection

❖ Paramètres caractéristiques de la convection

○ Nombre de Nusselt Nu

• Convection forcée plaque plane

Ecoulement le long d'une plaque plane de longueur L

Corrélations valables si

Régime laminaire

Local: $Nu_x = 0.332 Re_x^{0.5} Pr^{0.33}$ si $Pr \geq 0.6$

Moyen: $\overline{Nu} = 0.664 Re_L^{0.5} Pr^{0.33}$

Régime turbulent

Local: $Nu_x = 0.0296 Re_x^{0.8} Pr^{0.33}$ si $0.6 < Pr < 60$

Moyen: $\overline{Nu} = 0.037 Re_L^{0.8} Pr^{0.33}$

Convection

❖ Paramètres caractéristiques de la convection

○ Nombre de Reynolds Re

- Nombre sans dimension
- Rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses
- Il caractérise le régime d'écoulement (laminaire, turbulent).

$$\text{Re}_{L_{ref}} = \frac{\text{forces d'inertie}}{\text{forces visqueuses}} = \frac{U L_{ref}}{\nu}$$

$$\boxed{\nu = \frac{\mu}{\rho}}$$

U est la vitesse caractéristique de l'écoulement ($m.s^{-1}$).

L_{ref} est une longueur caractéristique du système étudié (m).

ν est la viscosité cinématique du fluide $m^2.s^{-1}$

μ est la viscosité dynamique du fluide ($Pa.s$)

ρ est la masse volumique du fluide, en $kg.m^{-3}$

- ✓ viscosité cinématique: capacité de rétention des particules d'un fluide et quantifie sa capacité à s'épancher

Convection

❖ Paramètres caractéristiques de la convection

○ Nombre de Prandtl Pr

- Paramètre sans dimension
- compare la rapidité des phénomènes thermiques et des phénomènes hydrodynamiques dans un fluide
- rapport entre la viscosité cinématique et la diffusivité thermique

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

$$Pr_{air} = 0.7$$

$$Pr_{eau} = 7$$

$$Pr_{huile} = 1000$$

Convection

❖ Paramètres caractéristiques de la convection

○ Nombre de Péclet Pe

- Il représente le rapport du transfert par convection et du transport par conduction
- Combinaison du nombre de Reynolds et de Prandtl

$$Pe_{L_{ref}} = Re_{L_{ref}} Pr = \frac{U L_{ref}}{\alpha}$$

- **nombre de Péclet** est utilisé pour la convection forcée

Convection

❖ Paramètres caractéristiques de la convection

○ Nombre de Rayleigh Ra

- Renseigne sur le mode de transfert prédominant (conduction ou convection)
- Combinaison du nombre de Grashof et de Prandtl

$$Ra_{L_{ref}} = Gr_{L_{ref}} Pr = \frac{g \beta \Delta T L_{ref}^3}{\nu \alpha}$$

- **nombre de Rayleigh** est utilisé pour la convection naturelle

Convection

❖ Paramètres caractéristiques de la convection

○ Nombre de Grashof Gr

- Nombre sans dimension
- Convection naturelle
- Quantifie l'importance des forces d'Archimède par rapport aux forces visqueuses

$$Gr_{L_{ref}} = \frac{g \beta \Delta T L_{ref}^3}{\nu^2}$$

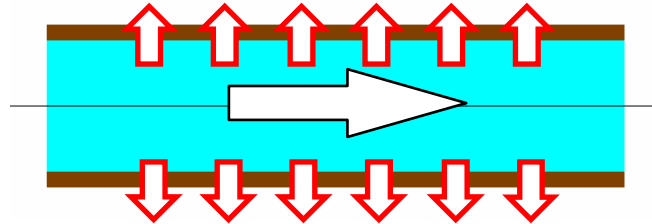
g est l'accélération de la pesanteur ($m.s^{-2}$).

β est le coefficient de dilatation thermique (K^{-1})

ΔT est un écart de température caractéristique du système étudié (K).

Convection

❖ **Exemple d'application:** un tuyau à section circulaire transportant de l'eau chaude.



Problème: Flux de chaleur?

$$\Phi = h S (T_p - T_\infty)$$

$$h = \frac{Nu \cdot \lambda}{L_{ref}}$$

- 1- une dimension caractéristique : un diamètre $D = 20 \text{ mm}$
 - 2- écart de température $T_p - T_\infty$ entre la paroi et le fluide: $T_p = 15 \text{ °C}$ et $T_\infty = 50 \text{ °C}$
 - 3- Tuyau transporte un débit: $Q = 0,5 \text{ l/s}$
 - 4- Longueur du tuyau: 1 m
 - 5- Vitesse moyenne d'écoulement du fluide : $U_\infty = Q/S = 1,6 \text{ m/s}$
 - 6- ρ , μ , C_p , λ caractéristiques du fluide dans le domaine T_p et T_∞ (ex. $T_{moyenne}$)
- Eau à 50 °C :** $\rho = 988 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 0,55 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$, $\lambda = 0,639 \text{ W/(m.K)}$, $C_p = 4184 \text{ J/(kg.K)}$

6- calcul des nombres adimensionnés Re et Pr pour obtenir Nu

$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Pr}) \rightarrow \frac{hD}{\lambda} = f\left(\frac{\rho U_{\infty} D}{\mu}, \frac{\mu C_p}{\lambda}\right)$$

$$\text{Avec } \alpha = \frac{\lambda}{\rho \cdot C_p} \text{ et } \nu = \frac{\mu}{\rho}$$

$$\text{Pr} = \frac{\mu C}{\lambda} = \frac{0,55 \cdot 10^{-3} \cdot 4184}{0,639} = 3,60$$

$$\text{Re} = \frac{\rho U_{\infty} D}{\mu} = \frac{988 \cdot 16,002}{0,55 \cdot 10^{-3}} = 5,7 \cdot 10^4$$

7- calcul de Nu par choix d'une corrélation

On remarque que $\text{Re} > 10^4$ et $0,7 < \text{Pr} < 160$

Donc, on applique la corrélation de COLBURN

$$\text{Nu} = 0,023 \text{Re}^{0,8} \text{Pr}^{0,33} = 224$$

8- calcul de h

$$h = \frac{\text{Nu} \lambda}{D} = \frac{224 \cdot 0,639}{0,02} = 7156 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$$

9- calcul du flux de chaleur

$$\Phi = h S (T_p - T_{\infty}) = h \cdot \pi \cdot D \cdot L \cdot (T_{\infty} - T_p) = 15,7 \text{ kW}$$